«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»

_____О.А. Решетникова
«27» октября 2021 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

_____Д.В. Ливанов
«27» октября 2021 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным программам основного общего образования в форме основного государственного экзамена (ОГЭ)

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов основного государственного экзамена 2022 года по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов основного государственного экзамена 2022 года по МАТЕМАТИКЕ

При ознакомлении с демонстрационным вариантом 2022 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в демонстрационный вариант, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2022 г. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене 2022 г., приведён в кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена по математике, размещённом на сайте: www.fipi.ru.

В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.
Все задания, используемые для составления экзаменационных вариантов, размещены в открытом банке заданий ОГЭ на сайте fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об их уровне сложности.

Приведённые критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения дают будущим участникам экзамена возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D=b^2-4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет два корня x_1 и x_2, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2);$$

если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет единственный корень x_0, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y=ax^2+bx+c$:

$$x_0=-\frac{b}{2a}.$$

- Формула n-го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d:

$$a_n=a_1+d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}.$$

- Формула n-го члена геометрической прогрессии b_n, первый член которой равен b_1, а знаменатель равен q:

$$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n=\frac{\left(q^n-1\right)b_1}{q-1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2;$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \text{ при } a\geq 0,\ b\geq 0;$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a\geq 0,\ b>0.$$

- Свойства степени при $a>0,\ b>0$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n};$$
$$a^n\cdot a^m=a^{n+m};$$
$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m};$$
$$\left(a^n\right)^m=a^{nm};$$
$$(ab)^n=a^n\cdot b^n;$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

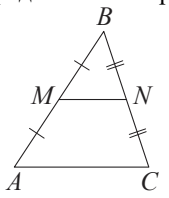
		Единицы									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Десятки	**1**	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ГЕОМЕТРИЯ

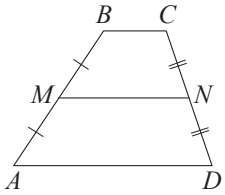
Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180°(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.
$MN \parallel AC$

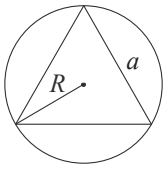
$$MN = \frac{AC}{2}$$



$BC \parallel AD$
MN — ср. лин.
$MN \parallel AD$

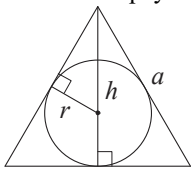
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



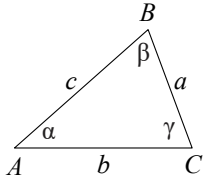
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



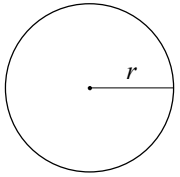
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$$



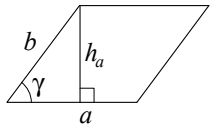
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

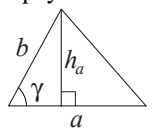
Площади фигур

Параллелограмм



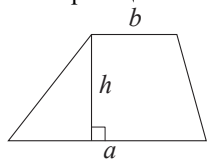
$$S = ah_a$$
$$S = ab\sin\gamma$$

Треугольник



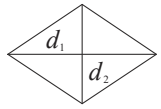
$$S = \frac{1}{2}ah_a$$
$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2}\cdot h$$

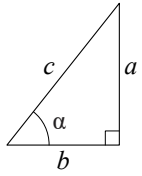
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$
$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов основного государственного экзамена 2022 года по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

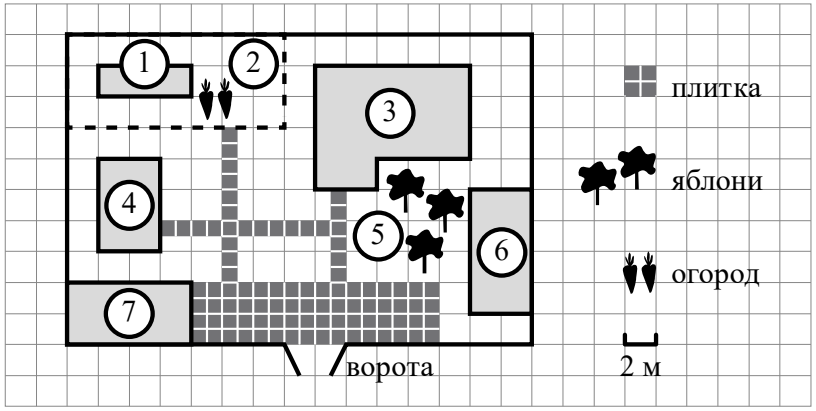
Желаем успеха!

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Сарай	Баня	Теплица
Цифры				

2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось купить, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

3 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

4 Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Ответ: _____.

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

5 Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа / сред. потребл. мощность	Стоимость газа / электроэнергии
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./(кВт · ч)

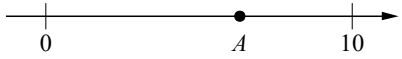
Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{1}{4}+0{,}07$.

Ответ: _____.

7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

1) $\frac{181}{16}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) $0{,}6$ 4) 4

Ответ: ☐

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

8 Найдите значение выражения $a^{-7}\cdot\left(a^5\right)^2$ при $a=5$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $x^2+x-12=0$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

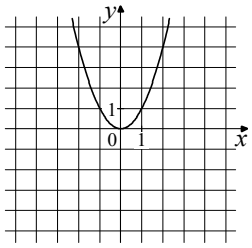
Ответ: _____.

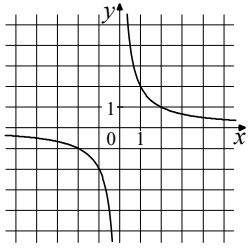
10 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

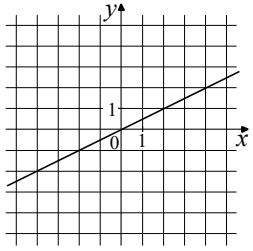
Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) 

Б) 

В) 

ФОРМУЛЫ

1) $y=x^2$ 2) $y=\frac{x}{2}$ 3) $y=\frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

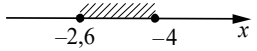
© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

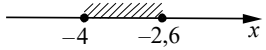
12 Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F=1{,}8t_C+32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -25 градусов по шкале Цельсия?

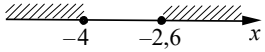
Ответ: _____.

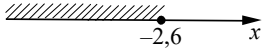
13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x+2{,}6\le 0,\\ x+5\ge 1. \end{cases}$$

1) 

2) 

3) 

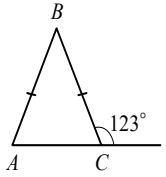
4) 

Ответ:

14 Вика решила начать делать зарядку каждое утро. В первый день она сделала 30 приседаний, а в каждый следующий день она делала на одно и то же количество приседаний больше, чем в предыдущий день. За 15 дней она сделала всего 975 приседаний. Сколько приседаний сделала Вика на пятый день?

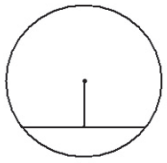
Ответ: _____.

15 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123°. Найдите величину угла BAC. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

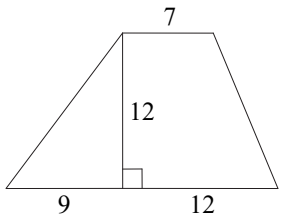
16 Найдите длину хорды окружности радиусом 13, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5.



Ответ: _____.

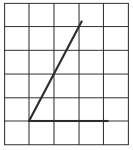
© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

18 Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

19 Какие из следующих утверждений верны?

1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
3) В любом параллелограмме есть два равных угла.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^4=(4x-5)^2$.

21 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки равна 6 км/ч?

22 Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC=6$, $BC=8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

24 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC=ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

25 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

© 2022 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки